

Exercice 1: 5,5
5,5

1) Calcul de la résistance caractéristique en compression du béton à 28 jours:

$$f_{c28} = \bar{f}_{c28} - k \cdot s$$

$$\bar{f}_{c28} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{m}$$

on a $m = 20$

$$\bar{f}_{c28} = \frac{\sum_{i=1}^{20} f_i}{20} = \frac{682}{20}$$

$$\bar{f}_{c28} = 34,1 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (f_i - \bar{f})^2}{m-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{20} (f_i - 34,1)^2}{20-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{33,54}{19}}$$

$$s \approx 1,33 \quad (0,25)$$

Ordre de risque = 5% $\Rightarrow k = 1,64$

$$f_{c28} = (34,1) - (1,64)(1,33)$$

$$f_{c28} = 31,92 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

2) La classe du béton:

$$30 \text{ MPa} < f_{c28} = 31,92 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa}$$

$\Rightarrow$ Ce béton est de classe C30 0,25

3) Calcul de la résistance caractéristique en traction du béton à 28 jours:

$$f_{ct28} = 31,92 \text{ MPa} < 60 \text{ MPa}$$

$$f_{ctj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

$$f_{ct28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06 (31,92)$$

$$f_{ct28} = 2,52 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

4) Calcul du module de déformation du béton:

a) à 24 heures = 1 jour
Donc on calcule le module de déformation instantané E_{ij} .

$$E_{ij} = 11\,000 (f_{cj})^{\frac{1}{3}} \text{ (MPa)}$$

* $j = 1 \text{ jour} \Rightarrow f_{c1} = ?$

on a: $\begin{cases} f_{c28} = 31,92 \text{ MPa} < 40 \text{ MPa} \\ j = 1 \text{ jour} < 60 \text{ jours} \end{cases}$

$$\Rightarrow f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28}$$

$$f_{c1} = \frac{1}{4,76 + 0,83(1)} \cdot (31,92)$$

$$f_{c1} = 5,71 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

$$E_{i1} = 11\,000 (f_{c1})^{\frac{1}{3}} \text{ (MPa)} = 11\,000 (5,71)^{\frac{1}{3}}$$

$$E_{i1} = 19\,660,96 \text{ MPa}$$

$$E_{i1} = 1,966 \cdot 10^4 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

b/ à 60 jours > 24 heures

Donc on calcule le module de déformation différée E_{vj}

$$E_{vj} = 3700 (f_{cj})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{MPa})$$

* $j = 60 \text{ jours} \Rightarrow f_{c60} = ?$

On a $f_{c28} = 31,92 \text{ MPa} < 40 \text{ MPa}$
 $j = 60 \text{ jours}$

alors : $f_{cj} = 1,1 f_{c28}$
 $f_{c60} = 1,1 f_{c28}$
 $= 1,1 (31,92)$

$$f_{c60} = 35,11 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

* $E_{v60} = 3700 (f_{c60})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{MPa})$

$$= 3700 (35,11)^{\frac{1}{3}}$$

$$E_{v60} = 12115,61$$

$$E_{v60} = 1,21 \cdot 10^4 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

5) On a utilisé un acier Fe E 400 $\Rightarrow f_e = 400 \text{ MPa}$

- poteau de rive (garage).

- mer méditerranée $\Rightarrow$ milieu agressif $\Leftrightarrow$ F.T.P.

- choc d'une voiture $\Rightarrow$ situation accidentelle $\Leftrightarrow$ compte durée.

a/ Calcul de la contrainte limite de compression du béton à 28 jours.

* à l'ELS *

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$$

à 28 jours, on $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$
 $= 0,6 (31,92)$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 19,15 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

* à l'ELU *

$$f_{bu} = 0,85 \cdot \frac{f_{c28}}{0,86}$$

• Lors d'un choc d'une voiture sur un poteau, la durée d'application de la charge < 1 heure.

$$\Rightarrow \theta = 0,85$$

• on est dans une situation accidentelle alors $\gamma_b = 1,15$

$$f_{bu} = 0,85 \cdot \frac{(31,92)}{0,85 \cdot 1,15}$$

$$f_{bu} = 27,76 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

b/ Calcul de la contrainte limite de traction de l'acier :

* à l'ELS *

• Le gavage donne sur la mer méditerranée $\Rightarrow$ milieu agressif, alors la fissuration est très préjudiciable (F.T.P)

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \left(\frac{1}{2} f_e ; 90 \sqrt{\eta f_{cj}} \right)$$

Fe E 400 $\Rightarrow$ H.A. $\Rightarrow \eta = 1,6 (\phi \geq 6 \text{ mm})$

$$\bullet \frac{1}{2} f_e = \frac{1}{2} (400) = 200 \text{ MPa}$$

$$\bullet 90 \sqrt{\eta f_{c28}} = 90 \sqrt{1,6 (31,92)} = 180,72 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{st} = \min (200 ; 180,72)$$

$$\bar{\sigma}_{st} = 180,72 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

* à l'ELU *

$$f_u = \frac{f_c}{\gamma_s}$$

$\gamma_s = 1$: combinaisons accidentelles

$$f_u = \frac{400}{1}$$

$$f_u = 400 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

Exercice 2: $\frac{6,50}{6,50}$

1) Je complète les paramètres qui manquent sur le tableau 2:

* Série 1 *

$$\left. \begin{array}{l} f_{c28} = 32 \text{ MPa} \\ S = 2,4 \end{array} \right\} \text{données} \quad \left. \begin{array}{l} \bar{f}_{c28} = ? \\ V = ? \end{array} \right\}$$

a/ calcul de $\bar{f}_{c28}$:

$$\text{on a: } f_{c28} = \bar{f}_{c28} - k \cdot S$$

$$\bar{f}_{c28} = f_{c28} + k \cdot S$$

L'ordre de risque = 5% $\Rightarrow k = 1,64$

$$\bar{f}_{c28} = 32 + (1,64)(2,4)$$

$$\bar{f}_{c28} = 35,94 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

b/ Calcul de $V(\%)$:

$$\text{on a: } V = \frac{S}{\bar{f}} \cdot 100$$

$$= \frac{2,4}{35,94} \cdot 100$$

$$V = 6,68\% \quad (0,25)$$

* Série 2 *

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{f}_{c28} = 36 \text{ MPa} \\ V = 10\% \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} S = ? \\ f_{c28} = ? \end{array} \right.$$

a/ calcul de S :

$$\text{on a: } V = \frac{S}{\bar{f}} \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{V \cdot \bar{f}}{100} = \frac{10 \cdot 36}{100}$$

$$S = 3,6 \quad (0,25)$$

b/ Calcul de f_{c28} :

- L'ordre de risque = 5% $\Rightarrow k = 1,64$

$$f_{c28} = \bar{f}_{c28} - k \cdot S = 36 - (1,64)(3,6)$$

$$f_{c28} = 30,10 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

Tableau 2.

	$f_{c28} \text{ (MPa)}$	$\bar{f}_{c28} \text{ (MPa)}$	S	$V(\%)$
Série 1	32	35,94	2,4	6,68
Série 2	30,1	36	3,6	10

2) Oui, on peut comparer les 2 séries de béton. $(0,25)$

* Justification:

$$30 \text{ MPa} < f_{c28}^{B1} = 32 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa} \Rightarrow C30$$

$$30 \text{ MPa} < f_{c28}^{B2} = 30,1 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa} \Rightarrow C30$$

Les 2 bétons ont la même classe (C30) $(0,25)$

On suppose que les 2 séries de béton peuvent être comparées.
- La conclusion qu'on peut tirer de cette comparaison :

série 1 (B1)		série 2 (B2)
$S_1 = 2,4$	$<$	$S_2 = 3,6$
$V_1 = 6,68\%$	$<$	$V_2 = 10\%$

Le béton de la série 1 est plus homogène que le béton de la série 2. (0,5)

Je détermine f_{cj} , f_{tj} et E_{vj} du béton de la série 1 :

a/ à 5 jours :

① $f_{c5} = ?$

$$f_{c28} = 30,1 \text{ MPa} < 40 \text{ MPa}$$

$j = 5 \text{ jours} < 60 \text{ jours}$

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28}$$

$$f_{c5} = \frac{5}{4,76 + 0,83(5)} (30,1)$$

$$f_{c5} = 16,89 \text{ MPa.} \quad \text{0,5}$$

② $f_{t5} = ?$

$$f_{c5} = 16,89 \text{ MPa} < 60 \text{ MPa}$$

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

$$f_{t5} = 0,6 + 0,06 f_{c5}$$

$$= 0,6 + 0,06 (16,89)$$

$$f_{t5} = 1,61 \text{ MPa.} \quad \text{0,5}$$

③ $E_{v5} = ?$

$$E_{vj} = 3700 (f_{cj})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{MPa})$$

$$E_{v5} = 3700 (f_{c5})^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3700 (16,89)^{\frac{1}{3}} = 9493,18$$

$$E_{v5} = 9,49 \cdot 10^3 \text{ MPa.} \quad \text{0,5}$$

b/ à 20 jours :

① $f_{c20} = ?$

$$f_{c28} = 30,1 \text{ MPa} < 40 \text{ MPa}$$

$j = 20 \text{ jours} < 60 \text{ jours}$

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28}$$

$$f_{c20} = \frac{20}{4,76 + 0,83(20)} (30,1)$$

$$f_{c20} = 28,18 \text{ MPa.} \quad \text{0,5}$$

② $f_{t20} = ?$

$$f_{c20} = 28,18 \text{ MPa} < 60 \text{ MPa}$$

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

$$f_{t20} = 0,6 + 0,06 f_{c20}$$

$$= 0,6 + 0,06 (28,18)$$

$$f_{t20} = 2,29 \text{ MPa.} \quad \text{0,5}$$

③ $E_{v20} = ?$

$$E_{vj} = 3700 (f_{cj})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{MPa})$$

$$E_{v20} = 3700 (f_{c20})^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3700 (28,18)^{\frac{1}{3}} = 11259,40$$

$$E_{v20} = 1,13 \cdot 10^4 \text{ MPa.} \quad \text{0,5}$$

5) Calcul de la résistance caractéristique en compression à 28 jours du béton de la série 1 si:

a/ la moitié des valeurs obtenues risquent d'être inférieures à f_{c28} :

⇒ l'ordre de risque est 50% ⇒ $k=0$ (0,25)

$$f_{c28} = \bar{f}_{c28} - k \cdot s$$

$$= 35,94 - (0)(2,4)$$

$$f_{c28} = 35,94 \text{ MPa.} \quad (0,5)$$

b/ la garantie est de 80%:

⇒ l'ordre du risque = $(100 - 80) = 20\%$

alors $k = 0,80$ (0,25)

$$f_{c28} = \bar{f}_{c28} - k \cdot s$$

$$= 35,94 - (0,8)(2,4)$$

$$f_{c28} = 34,02 \text{ MPa.} \quad (0,5)$$

Exercice 3: $\frac{3,50}{3,50}$

$\epsilon_e = 0,9348\%$ | - Acier → traction
- ELU
- concourant.

1) Calcul de la limite élastique de cet acier:

loi de Hooke: $\sigma = E \cdot \epsilon_e$

on a $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

alors: $\sigma = 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,9348}{1000}$

$$\sigma = 186,96 \text{ MPa.} \quad (0,5)$$

+ Nous sommes à l'ELU, cas courant:

$$\text{Alors: } \sigma = f_u = \frac{f_c}{\gamma_s}$$

avec $\gamma_s = 1,15$ (cas courant)

$$\Rightarrow f_c = \gamma_s \cdot f_u = \gamma_s \cdot \sigma$$

$$= (1,15)(186,96)$$

$$f_c = 215,00 \text{ MPa.} \quad (0,5)$$

2) Cet acier est un rond lisse (RL)
- Sa désignation: FeE215 (0,25)

3) Calcul de la contrainte limite de traction de cet acier à l'ELS:

- fissuration préjudiciable (FP)
- béton: C25 ⇒ $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$.
- ronds lisses ⇒ $\eta = 1$.

$$\bar{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{2}{3} f_c; 110 \sqrt{\eta f_{ctj}}\right)$$

$$\cdot \frac{2}{3} f_c = \frac{2}{3}(215) = 143,33 \text{ MPa.}$$

$$\cdot f_{ct28} = ?$$

$$\text{Donc: } f_{c28} = 25 \text{ MPa} < 60 \text{ MPa.}$$

$$\text{Alors: } f_{ctj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

$$f_{ct28} = 0,6 + 0,06 \cdot f_{c28}$$

$$= 0,6 + 0,06(25)$$

$$f_{ct28} = 2,1 \text{ MPa.} \quad (0,5)$$

$$\cdot 110 \sqrt{\eta f_{ct28}} = 110 \sqrt{1(2,1)} = 159,41 \text{ MPa}$$

$$\cdot \bar{\sigma}_{st} = \min(143,33; 159,41)$$

$$\bar{\sigma}_{st} = 143,33 \text{ MPa.} \quad (0,5)$$

4) On a trouvé à la fin des essais =

$$\varepsilon = 12 \text{ ‰}$$

- on est dans le cas de la
rupture. (0,5)

- Justification:

$$\varepsilon(\text{max}) = 10 \text{ ‰} < \varepsilon = 12 \text{ ‰} \quad (0,5)$$

Réponses aux questions de cours (4,5 pts)

1. Les hypothèses de calcul à l'état limite ultime de résistance (ELUR) sont :

H1 : Conservation des sections planes (hypothèse de Navier : petites déformations) : les sections droites restent planes après déformation.

H2 : Résistance à la traction du béton est négligée à cause de la fissuration.

H3 : Compatibilité des déformations acier-béton : il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures d'acier et le béton $\epsilon_b = \epsilon_s$.

H4 : Raccourcissement ultime du béton est limité à : $\epsilon_{bu} = 3.5\text{‰}$ en flexion simple, $\epsilon_{bu} = 2\text{‰}$ en compression simple.

H5 : Allongement ultime de l'acier est limité à : $\epsilon_{su} = 10\text{‰}$ en traction et en compression.

H6 : Diagramme des 03 pivots.

2. Le dimensionnement à ELU est conduit en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C. La différence entre le pivot A et le pivot B est que :

Dans le Pivot A : L'allongement de l'acier le plus tendu : $\epsilon_{st} = 10\text{‰}$.

Dans le Pivot B : Le raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée : $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$.

3. Les conséquences que peuvent engendrer des fissures de largeur excessive dans un ouvrage : compromettre l'aspect des parements, l'étanchéité des parois et la tenue des armatures vis-à-vis de la corrosion.

4. Le but de l'écrouissage des aciers est de modifier les caractéristiques mécaniques d'un acier de nuance généralement douce, sans modification de sa composition, soit par torsion, traction ou une torsion et une traction.

Réponses aux questions de cours (4,5 pts)

1. Les hypothèses de calcul à l'état limite ultime de résistance (ELUR) sont :

H1 : Conservation des sections planes (hypothèse de Navier : petites déformations) : les sections droites restent planes après déformation.

0,25 pt x 6

H2 : Résistance à la traction du béton est négligée à cause de la fissuration.

H3 : Compatibilité des déformations acier-béton : il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures d'acier et le béton $\varepsilon_b = \varepsilon_s$.

H4 : Raccourcissement ultime du béton est limité à : $\varepsilon_{bu} = 3,5\text{‰}$ en flexion simple, $\varepsilon_{bu} = 2\text{‰}$ en compression simple.

H5 : Allongement ultime de l'acier est limité à : $\varepsilon_{su} = 10\text{‰}$ en traction et en compression.

H6 : Diagramme des 03 pivots.

2. Le dimensionnement à ELU est conduit en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C. La différence entre le pivot A et le pivot B est que :

Dans le Pivot A : L'allongement de l'acier le plus tendu : $\varepsilon_{st} = 10\text{‰}$.

0,5 pt x 2

Dans le Pivot B : Le raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée : $\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$.

3. Les conséquences que peuvent engendrer des fissures de largeur excessive dans un ouvrage : **compromettre l'aspect des parements, l'étanchéité des parois et la tenue des armatures vis-à-vis de la corrosion.**

0,25 pt x 2
0,5 pt

4. Le but de l'écrouissage des aciers est de **modifier les caractéristiques mécaniques** d'un acier de nuance généralement douce, **sans modification de sa composition**, soit par torsion, traction ou une torsion et une traction.

0,5 pt x 2